

LOS NÚMEROS PRIMOS SON PRIMORDIALES 1º ESO

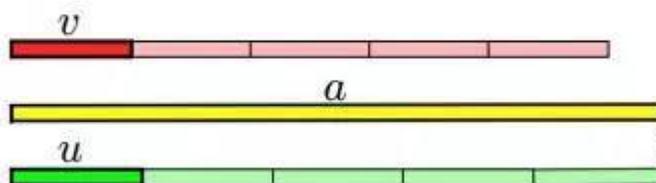
Decimos que una cantidad u 'mide' a otra a cuando entra un número exacto de veces en ella. En este caso decimos:

- que a es un **MÚLTIPLO** de u ,
- que u es un **DIVISOR** de a ,
- que a es **DIVISIBLE** por u .

En caso contrario decimos que v no 'mide' a a ,

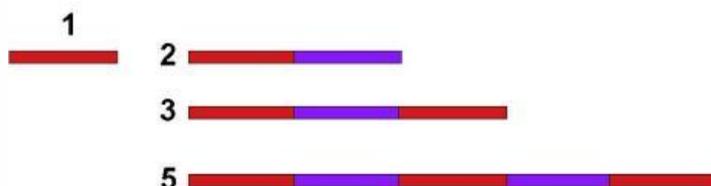
- que a no es divisible por v ,
- o que v no es divisor de a .

Una magnitud mide a otra magnitud si la segunda es un número entero de veces la primera



- La magnitud v **no mide** a la magnitud a .
- La magnitud u **sí mide** a la magnitud a .

Aclarados estos conceptos, podemos comprobar que hay números que **SON ÚNICAMENTE MÚLTIPLOS DE LA UNIDAD** de medida. Se trata de números que no tienen 'divisores propios': no se dejan 'medir' nada más que por la unidad y ellos mismos. Por ejemplo el 2, el 3 y el 5. Así:



El 2, 3, 5 son números primos: solo son 'medibles' por la unidad y ellos mismos.

Se trata de los **NÚMEROS PRIMOS** o primordiales, ya que según asegura el teorema fundamental de la aritmética, con ellos se pueden 'construir' los demás números naturales.

Se puede considerar que los números primos son los «ladrillos» con los que se construye cualquier número natural. Es decir, dado un número natural cualquiera, por ejemplo el 72, se puede escribir como producto de $2^3 \cdot 3^2$, y cualquier otra factorización del 72 como producto de números primos será idéntica, excepto por el orden de los factores. Ver [la descomposición factorial de los 100 primeros números naturales](#).

Teorema Fundamental de la Aritmética

Cualquier entero positivo mayor que 1 puede escribirse, de manera única, como un producto de números primos, salvo por el orden en que se escriban los factores.

$$105 = 3 \times 5 \times 7$$

$$2184 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 13$$

Intentemos VISUALIZAR cuáles son los NÚMEROS PRIMOS. ¿Te apetece?

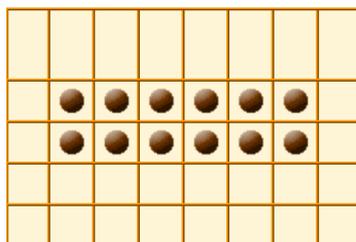
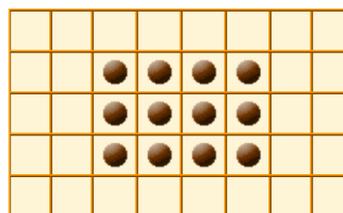
Los NÚMEROS RECTANGULARES

Con las lentes trataremos de formar rectángulos de la siguiente manera:

- **E**scoge un número de lentes entre 1 y 100
- **T**oma la misma cantidad de lentes que el número que elegiste.
- **S**obre una cuadrícula acomoda las lentes de manera que puedas formar un rectángulo

Por ejemplo, si escogiste el número 12, con 12 lentejas puedes formar estos rectángulos:

- El rectángulo formado por 3 renglones y 4 columnas
- El rectángulo formado por 2 renglones y 6 columnas
- ¿Se podrán formar más rectángulos con el número 12?



Lo que has hecho es escribir al número 12 como una multiplicación,

$$3 \times 4 = 12$$

$$2 \times 6 = 12$$

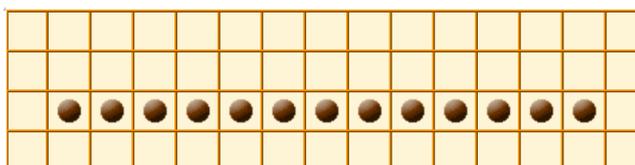
Pues bien, decimos que el 12 tiene FORMA: es un NÚMERO RECTÁNGULAR.

- ¿Qué pasará si escogemos el número 15?
- ¿Es el número 15 un NÚMERO RECTANGULAR?
- ¿Cuántos rectángulos se formarán?

Elige otros números. Para que no te pierdas puedes apuntar tus resultados en una tabla como esta

Número	Nº. de filas	Nº. de columnas	Multiplicación
12	3	4	$3 \times 4 = 12$
12	2	6	$2 \times 6 = 12$

Ya sé, ya sé. Me dirás que TODOS LOS NÚMEROS son rectangulares. ¿Qué lista? Pero, ¿qué pasa si descartamos rectángulos como éste?



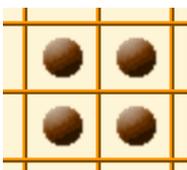
Son rectángulos degenerados, más bien parecen segmentos de línea recta. A mí no me parece adecuado llamar a esto rectángulo. ¿Conviene (de CONVENIO) esto conmigo? Si es así, sigamos:

CONVENIO

Llamaremos **NÚMEROS RECTANGULARES** aquellos cuyas unidades se puedan colocar formando un rectángulo perfecto (sin que sobre ni falte nada) **de una anchura y altura superior a uno**.

Que sí, que te veo venir, los CUADRADOS también son RECTÁNGULOS: una clase PARTICULAR de rectángulos, pero rectángulos. ¿Qué no? Estudia bien la DEFINICIÓN de rectángulo, y dime en qué no la cumple un cuadrado, porque te aseguro que la cumple en todo.

Descarta el UNO, es especial, es la UNIDAD: la que lo principia todo. Todos los demás NÚMEROS NATURALES (los que utilizas para CONTAR, ORDENAR y CODIFICAR elementos de conjuntos) se pueden considerar formados por un conjunto de unidades. Ahora vete uno por uno viendo si son o no son RECTANGULARES (de acuerdo con nuestro convenio) Así:

- El  no es, de acuerdo a nuestro convenio, RECTANGULAR
- El  tampoco lo es.
- El  Sí lo es. En concreto, es un rectángulo CUADRO PERFECTO.

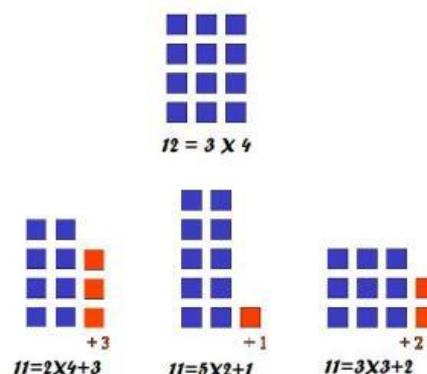
Sé ORDENAD@. Sobre esta tabla vete tachado los números que resulten ser RECTANGULARES

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

Perdona que insista, ya sé que lo has pillado. La figura de la derecha muestra claramente que el 11 no es un NÚMERO RECTANGULAR. A estos números con los que no se pueden hacer rectángulos, los llamamos

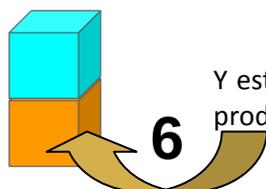
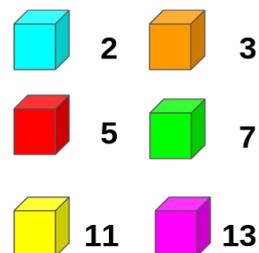
NÚMEROS PRIMOS

Porque resultan ser primordiales (fundamentales) para la matemática de los números. Como voy a intentar que visualices ahora, con ellos, como si fuesen las piezas de un puzle, podemos construir todos los NÚMEROS NATURALES.



$$\mathbf{N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14...\}}$$

IMAGINA, ahora, que cada policubo de un color representa un número primo. El 2 es azul; el 3, naranja; el 5, rojo; el 7, verde. Así:



Y esta unión de dos policubos corresponde a su producto (multiplicación) ¿Lo pillas?

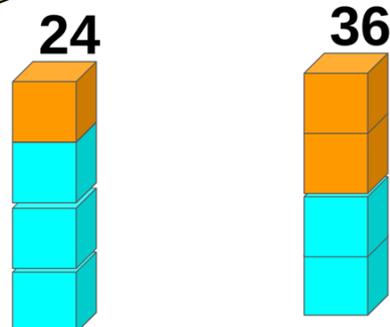
¿Cómo sería el 24? ¿Y el 36? Muy bien, así:

Ya sé que lo sabes, pero déjame que te lo recuerde: a esto se le llama

DESCOMPOSICIÓN FACTORIAL DE UN NÚMERO



Y es ÚNICA, salvo el orden. Puedes poner los policubos amarillos abajo, o por el medio. Pero los que están, son los que tienen que estar, no puedes quitar, ni poner nuevos.



24	2
12	2
6	2
3	3
1	

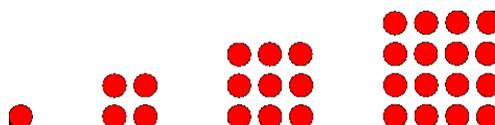
Como ya sabes de cursos anteriores, hay un ALGORITMO que te permite calcular ORDENADAMENTE la descomposición factorial de un número. ¿Lo recuerdas? Para ello tienes que comprender bien que es un ALGORITMO:

UN ALGORITMO es una colección bien estructurada de INSTRUCCIONES que, ejecutada en un orden especificado, producen correctamente el resultado deseado. EL ALGORITMO es una UN PIEZA MUY COMÚN del saber matemático. Tienes que memorizar los pasos, y seguirlos en el orden adecuado.

Es lo mismo que te mostraba antes, el 12 es una 'torre' de dos policubos azules y uno color butano. Has puesto COLOR a los números primos. Todos los ALGORITMOS son PROGRAMABLES, por eso cualquier calculadora moderna te hace la DESCOMPOSICION FACTORIAL de un número.

Pero, ¿por qué? ¿Para qué queremos SABER HACER estas cosas?

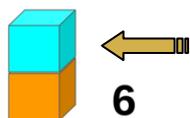
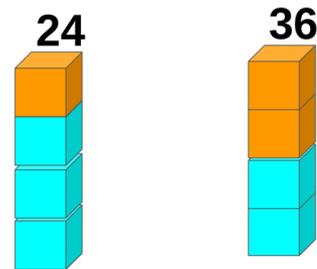
- **Primero**, porque es divertido. Es como un juego, ¿con dos policubos azules, uno rojo y otro amarillo, que torre puedes construir? ¿Es única? ¿A qué número representa?
- **Segundo**, porque así adquieres el SENTIDO NUMÉRICO. ¿Qué policubos necesitas para construir la torre que representa al 110? Y ahora, cuando veas el 110, lo ves en colores.
- **Tercero**, porque con esto puedes demostrar muchas propiedades superinteresantes. Ya hemos hablado de los NÚMEROS CUADRADOS PERFECTOS



Toma los policubos y CONSTRÚYELOS. ¿Qué observas? Intenta ser muy precis@ en tu descripción de lo que está pasando. Observa bien las 'torres' y busca regularidades.

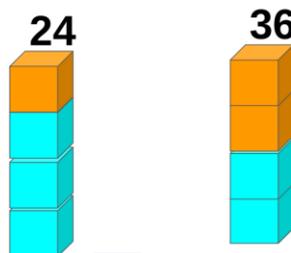
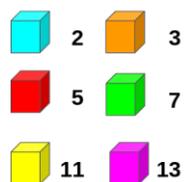
- **Cuarto**, porque te ayudan a calcular otras cosas. Cierra los ojos e imagina, en colores, el número 12. ¿Lo ves? Descríbelo. Toma, en la imaginación, una de sus piezas. ¿Qué es? Ya sé, un número primo. Pero que más. Es un DIVISOR del 12. ¿Cuántos tiene? No te olvides de que cualquier torre hecha con todas o partes de sus piezas es un divisor del 12. Y el 1.

Si **IMAGINAS (visualizas)** ahora las torres que representan a dos números cualesquiera, por ejemplo éstas. Cada una de las piezas que tienen en común (el butano = 3, y el azul = 2) es un **DIVISOR COMÚN**.



Hay muchos más. Cada cadena de piezas que compartan es otro divisor común. En este caso el **6 es un DIVISOR COMÚN**. ¿Cuántos divisores comunes tienen el 24 y el 36?

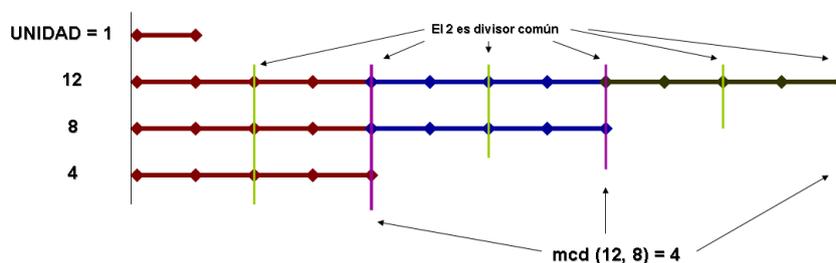
Llamamos **MÁXIMO COMÚN DIVISOR** de dos números, al mayor de sus divisores comunes. A la cadena más larga de piezas que comparten. Fácil, ¿no? Así:



¿Máximo común divisor?

$$3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$$

Esto también lo puedes **VISUALIZAR** así. Y conviene que así lo hagas. **IMAGINA** que cada número natural es un **SEGMENTO DE LÍNEA RECTA** compuesto de tantas unidades como indica el número. Así:



Entonces, los **DIVISORES DE UN SEGMENTO (NÚMERO)** son los **SEGMENTOS (números)** que entran un número exacto de veces en ese segmento (en ese número). Y el **MÁXIMO COMÚN DIVISOR** de dos segmentos (números) es el segmento (número) **MÁS LARGO (más grande)** que entra un número exacto de veces en los dos segmentos. Como ves, cualquier divisor del máximo común divisor (**mcd**) también entra un número exacto de veces en los dos números.

RESUMAMOS. Se puede ver, de forma sencilla, que todos los números naturales los podemos ir creando como producto de números primos (son las piezas con las que construimos los números)

- Algunos, sólo tendrán **UNA PIEZA**. ¿Cuáles?
- Todos los números que tienen dos piezas o más, son **RECTANGULARES** o **COMPUESTOS**.
- Los **NÚMEROS CUADRADOS PERFECTOS** tienen un número par de piezas de cada color.
- **IMAGINAR** que **LOS NÚMEROS TIENEN FORMA**, o que son segmentos de línea recta múltiplos de la **UNIDAD DE MEDIDA**, es tener **REPRESENTACIONES VISUALES** de los números naturales que nos ayuda mucho a comprender sus propiedades. Empieza a leer **DE NUEV@** esta actividad, verás, sorprendid@, que ahora entiendes más y mejor. Esto es **APREHENDER**.