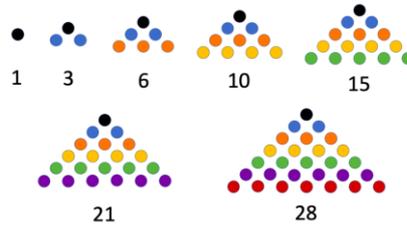


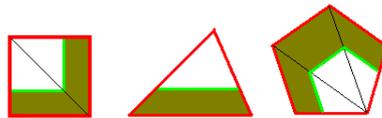
LA FORMA DE LOS NÚMEROS: 1ºESO

Estos son los siete primeros **NÚMEROS TRIANGULARES**



INVESTIGA cómo se van formando. Sí, tienes que descubrir el **CRECIMIENTO GNÓMICO**:

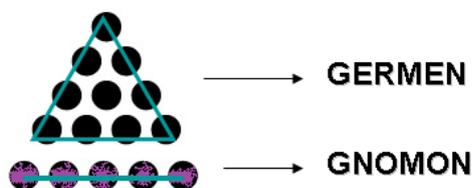
La teoría del gnomon o de la expansión gnómica tiene su base en la frase de Aristóteles: "Hay ciertas cosas que no sufren alteración salvo en magnitud, cuando crecen ...". Por su parte, Herón de Alejandría definió un gnomon "como cualquier figura que, añadida a una figura original (el germen), produce una figura semejante a la original". Aquí tienes los gnómones correspondientes a tres figuras:



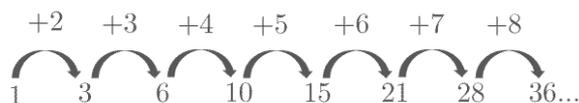
Si seguimos añadiendo gnómones a una figura, por ejemplo el cuadrado, obtenemos su crecimiento 'por un extremo'. Un tipo de crecimiento que queda perfectamente representado en la figura de la derecha. A esto se le llamaba **CRECIMIENTO GNÓMICO**.



Volvamos a nuestra investigación, cómo se ve en la figura de arriba, en el caso de los **NÚMEROS TRIANGULARES**, el **GNOMON** es añadir una fila con un punto más en la parte de abajo. Así:

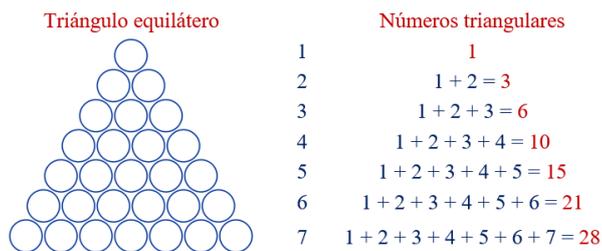


O también lo puedes ver así:



Que te dice que las **DIFERENCIAS** en la **SERIE** de los **NÚMEROS TRIANGULARES** se corresponden con la serie de los números naturales.

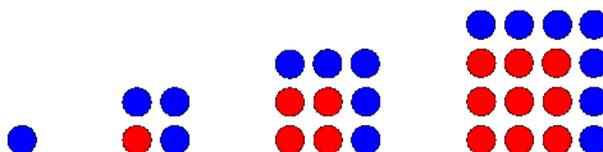
Luego:



¿Lo pillas? En efecto, el quinto NÚMERO TRIANGULAR es igual a la suma de los cinco primeros números naturales. El séptimo... sigue tú.

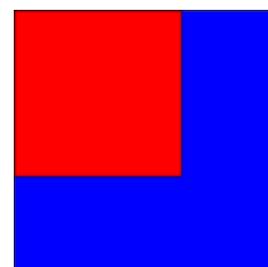
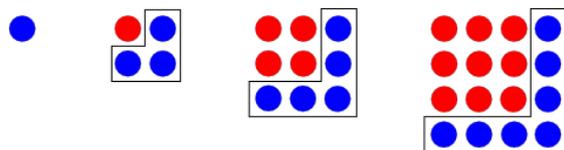
GENERALIZANDO. El n-ésimo NÚMERO TRIANGULAR es igual a la suma de los n primeros números naturales. ¿No te maravilla esto?

Y éstos son los NÚMEROS CUADRADOS PERFECTOS:



La figura de arriba ya te deja claro la FORMA DE SU GNOMON. En su origen griego, la palabra **gnomon** hacía referencia a un objeto alargado cuya sombra se proyectaba sobre una escala graduada para medir el paso del tiempo. Más claro, era la pieza en forma de L que da la sombra en un reloj de sol.

Por analogía, los antiguos griegos también llamaron **gnomon** a la figura que queda después de quitar de la esquina de un cuadrado otro cuadrado más pequeño. Ya que, como ves aquí abajo, la figura es una L al revés:



Como ves, para pasar del primer cuadrado al segundo, se agrega 3 puntos. Para pasar del segundo al tercero, se agrega 5. Del tercero al cuarto, se añade 7, y así sucesivamente... ¿Te das cuenta? La sucesión de números que vamos agregando no es sino la sucesión de números impares. La tabla de abajo, llamada *tabla de diferencias*, resume la situación:

Cuadrados	1	4	9	16	25	36	49	64	...
Diferencias		3	5	7	9	11	13	15	...

¿Tienes ya claro de qué va esto del CRECIMIENTO GNÓMICO?

Luego:

Cuadrados

1						
	3					
		5				
			7			
				9		
					11	
						13

Números cuadrados perfectos

$$1 = 1 = 1^2$$

$$1 + 3 = 4 = 2^2$$

$$1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$$

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25 = 5^2$$

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36 = 6^2$$

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = 49 = 7^2$$

¿Lo pillas? En efecto, el quinto NÚMERO CUADRADO es igual a la suma de los cinco primeros números naturales IMPARES. El séptimo... sigue tú.

GENERALIZANDO. El n-ésimo NÚMERO CUADRADO PERFECTO es igual a la suma de los n primeros números naturales impares. ¿No te maravilla esto? Y además, es igual al cuadrado de n. ¡De aquí viene llamar a 5^2 , 5 al CUADRADO. ¿Lo pillas? Sí, porque para calcular 5^2 , basta con construir un cuadrado sobre 5 (que tenga 5 puntitos en la base), y contar el número de puntitos que hacen falta para ello. No lo dudes, $25 = 5 \times 5$.

Por lo mismo, dado un cuadrado, como se sustenta sobre su base, que es un lado, a la base se le llama raíz (lo que le arraiga al suelo) del cuadrado, o RAÍZ CUADRADA. Qué gusto da entender los nombre, ¿no? Si no, resultan muy arbitrarios. Y ahora entiendes que haces al calcular la raíz cuadrada de 36: estás calculando el lado del cuadrado de 36 puntitos. Tampoco lo dudes, $6 = \sqrt{36}$.

La base de las matemáticas es GENERALIZAR. ¿Cómo serán los números pentagonales? ¿Y los hexagonales? Así:

Números	Sucesión de figuras					
Triangulares						
Sucesión numérica	1	3	6	10	15	21
Cuadrangulares						
Sucesión numérica	1	4	9	16	25	36
Pentagonales						
Sucesión numérica	1	5	12	22	35	51
Hexagonales						
Sucesión numérica	1	6	15	28	45	66

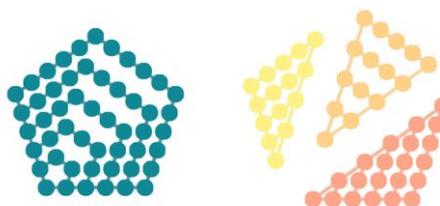
Utilizando el MÉTODO DE LAS DIFERENCIAS pues calcular los gnómones. Así:

Números hexagonales						
Número de la posición de la figura	1	2	3	4	5	6
Número de puntos	1	6	15	28	45	66
Diferencia del número de puntos entre dos figuras consecutivas		5	9	13	17	21

No pienses que esto es de la FORMA DE LOS NÚMEROS es una curiosidad más. Permite DEMOSTRAR muchas propiedades de los números que de otra forma resultaría muy farragoso probar. Por ejemplo:

- ¿Puedes probar fácilmente que todo NÚMERO CUADRADO PERFECTO se puede descomponer en dos NÚMEROS TRIANGULARES consecutivos?
- ¿Y que un NÚMERO PENTAGONAL se puede descomponer en tres TRIANGULARES?

A la última pregunta la respondo, así, para ti:

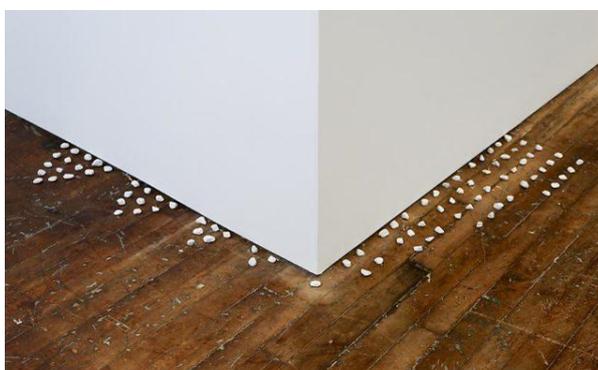


Responde tú a la primera.

Y ya es hora de responder a la pregunta que motivo toda esta INVESTIGACIÓN: ¿cuál es el segundo número, el primero es el uno, que es triangular y cuadrado a la vez? Fácil, ¿no? Haz una lista ordenada de los primeros números triangulares, haz otra de los primeros números cuadrados, y mira a ver si hay elementos comunes en las dos listas. A esto se le llama la INTERSECCIÓN de los dos conjuntos. ¿Intuyes que habrá un tercero? ¿Y un cuarto? Sí, hasta el infinito, ¡y más allá!

La ESENCIA de una buena investigación, cómo ésta, es que no se termina nunca. La proseguiremos en cursos superiores. Pero aquí te dejo un anticipo para ReCreArte.

Para empezar. Mostrarte cómo se puede hacer **Arte** con las Matemáticas:



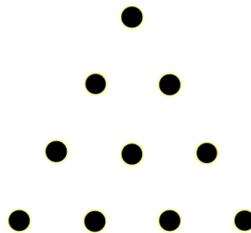
Números triangulares y cuadrados» (1972), del artista norteamericano Mel Bochner.

Y **Crearte** con las Matemáticas:

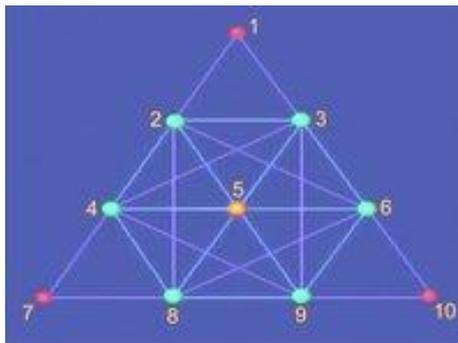
La Tetractys

Toda la filosofía pitagórica está basada en la importancia de los números, y como diría el pitagórico Filolao (aprox. 470-385 a.c.) *“Todo lo cognoscible tiene un número, pues no es posible que sin número nada pueda ser concebido ni conocido”*. En particular, los diez primeros números (que denominaban la *década*) tenían, por sus propiedades místicas y cabalísticas, una gran importancia para ellos. Así, por ejemplo, el número uno era la unidad, la mónada, generador de todos los números y dimensiones, símbolo de la razón, de la unidad, lo definido, lo estable, el lado derecho, era el demiurgo del mundo. Y de forma similar con el resto de los números.

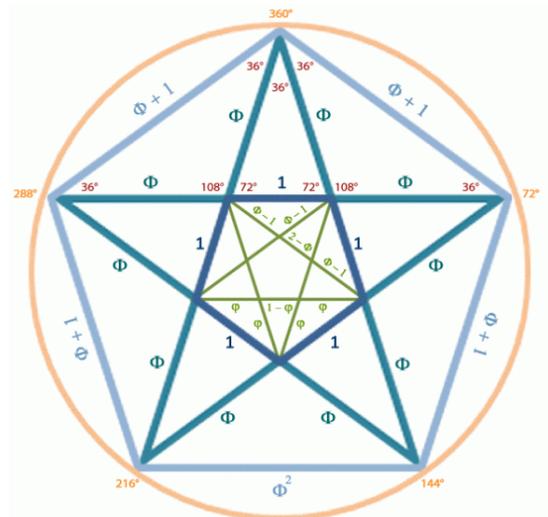
El número diez era el más sagrado de todos los números y contenía a los anteriores, y además tantos pares como impares, tantos primos (1, 2, 3, 5, 7) como compuestos (4, 6, 8, 9, 10). Era el símbolo de Dios y del universo. El número diez es la suma de los cuatro primeros números ($1 + 2 + 3 + 4 = 10$), por lo que encerraba en sí mismo la esencia de la música (puesto que la escala pitagórica se podía generar a partir de los cuatro primeros números) o la suma de las dimensiones geométricas “posibles”. Los pitagóricos representaban el número 10 mediante diez piedras con una cierta distribución geométrica, formando un triángulo, que simbolizaba la suma de una, dos, tres y cuatro piedras (véase la imagen), y que recibía el nombre de tetractys.



La tetractys,



junto al pentagrama místico,



eran los dos símbolos más importantes de la hermandad. Uno de los juramentos del rito iniciático en la secta de los pitagóricos era el verso de oro *“¡Lo juro por Aquel que ha dado a nuestro alma la tetractys, fuente y raíz de la naturaleza eterna!”*.